

СТАНДАРТ СРЕДНЕГО (ПОЛНОГО) ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

Изучение математики на базовом уровне среднего (полного) общего образования направлено на достижение следующих целей:

- **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе;
- **овладение математическими знаниями и умениями**, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- **воспитание** средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЙ МИНИМУМ СОДЕРЖАНИЯ ОСНОВНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ

АЛГЕБРА

Корни и степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. *Понятие о степени с действительным показателем¹*. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. *Основное логарифмическое тождество*. Логарифм произведения, частного, степени; *переход к новому основанию*. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования.

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. *Формулы половинного угла*. *Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму*. *Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента*. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. *Простейшие тригонометрические неравенства*.

Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

ФУНКЦИИ

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. *Область определения и область значений обратной функции*. График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. *Графики дробно-линейных функций*.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.

Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат *и симметрия относительно начала координат*, симметрия относительно прямой $y = x$, *растяжение и сжатие вдоль осей координат*.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Понятие о пределе последовательности. *Существование предела монотонной ограниченной последовательности*. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение

¹ Курсивом в тексте выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников.

касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. *Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.*

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.* Решение практических задач с применением вероятностных методов.

ГЕОМЕТРИЯ

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. *Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.*

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. *Расстояние между скрещивающимися прямыми.*

Параллельное проектирование. *Площадь ортогональной проекции многоугольника.* Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. *Усеченная пирамида.*

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. *Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире.*

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. *Усеченный конус.* Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. *Осевые сечения и сечения параллельные основанию.*

Шар и сфера, их сечения, касательная плоскость к сфере.

Объемы тел и площади их поверхностей. *Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.*

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. *Формула расстояния от точки до плоскости.*

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ

***В результате изучения математики на базовом уровне ученик должен
знать/понимать¹***

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

АЛГЕБРА

уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
 - строить графики изученных функций;
 - описывать по графику *и в простейших случаях по формуле²* поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
 - решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя *свойства функций* и их графиков;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:
- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

уметь

- вычислять производные *и первообразные* элементарных функций, используя справочные материалы;
 - исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов *и простейших рациональных функций* с использованием аппарата математического анализа;
 - *вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;*
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

¹ Помимо указанных в данном разделе знаний, в требования к уровню подготовки включаются также знания, необходимые для освоения перечисленных ниже умений.

² Требования, выделенные курсивом, не применяются при контроле уровня подготовки выпускников профильных классов гуманитарной направленности.

уметь

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, *простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы*;
- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;
- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;
- **использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:
- построения и исследования простейших математических моделей;

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- **использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера;

ГЕОМЕТРИЯ

уметь

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, *аргументировать свои суждения об этом расположении*;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- *строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды*;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- **использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:
- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.